

НОЧУ ОДПО «Учебно-методический центр УПИ»

УТВЕРЖДАЮ  
Директор НОЧУ ОДПО УМЦ УПИ  
Г.В. Гурчанинова  
2015г



Программа дополнительного профессионального образования

**Новая форма итоговой аттестации – ЕГЭ**  
для учителей математики

Екатеринбург  
2015

ПРИНЯТО  
НА ЗАСЕДАНИИ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО СОВЕТА  
НОЧУ ОДПО «Учебно-методический центр УПИ»  
Протокол № 1 от « 01 » 06 2015г.

## 1. Пояснительная записка

Математика является не только средством решения примеров и задач, дает не только универсальный язык многих научных дисциплин, но является составным элементом общего культурного мышления человека. Потому изучение и усвоение математики создает фундамент, базу образования будущего специалиста.

Формирование математической подготовленности школьника включает в себя:

- освоение основных понятий и их связей между собой;
- умение проводить операции над математическими объектами, прогнозируя ответ и обязательно проверяя результат;
- владение арсеналом математических методов и алгоритмов в объеме, зафиксированном школьной программой по математике.

Школьник должен не только уметь выбрать средство (алгоритм) решения конкретной задачи, но и мотивировать этот выбор по определенному критерию: например, экономность счета, красивое теоретическое обоснование, геометрические представления и т.д. Именно эти требования к усвоению математики в школе проверяются при едином государственном экзамене (ЕГЭ).

При проведении тестирования по математике в различных формах для всех выпускников общеобразовательных школ применяются однотипные задания и единая шкала оценок работ. Поэтому только правильность решения и четкость оформления решения позволит экзаменуемому выделиться и получить высокую оценку.

Программа предлагаемого курса предназначена для учителей математики средних школ с тем, чтобы помочь им организовать обучение школьников старших классов - научить их выполнять задания и оформлять соответствующие решения ЕГЭ в ближайшие учебные годы. Курс рассчитан на 104 часа трудоемкости: 56 часов – аудиторных и 48 часов – домашних занятий.

Предполагается повторение математических понятий, терминологии, основных утверждений, формул, теоретических построений, геометрических представлений школьного курса математики по 12-и разделам (уточнение с помощью мини-контролей).

Практические навыки классифицируются по 2-м уровням сложности и оформления:

- решение задач с оформлением только числового ответа (раздел В),
- полное решение задачи (раздел С).

Примеры таких заданий будут разобраны на практических занятиях и закреплены при самостоятельном решении соответствующих заданий – мини-контролей (7 м/к).

На завершающем занятии первого года обучения будет предложен образец варианта, имитирующего задания ЕГЭ, с тем, чтобы слушатель мог

самооценить усвоение идеологии, структуры и технологии выполнения ЕГЭ для использования в будущем при обучении школьников.

Информация по ЕГЭ, помимо учебной и справочной литературы, может быть получена из рекомендуемого библиографического списка.

**Цель курса:** освоение преподавателями методики подготовки учащихся к тестированию по математике (дать знания о педагогическом тестировании и организации тестирования в учебном процессе, сформировать знания и умения по разработке тестовых заданий)

**Задачи:**

- познакомить учителей школ с содержанием и требованиями к оформлению решений заданий ЕГЭ;
- проанализировать допускаемые школьниками математические ошибки при решении этих заданий;
- привести краткий перечень основных понятий, связей между ними и алгоритмов решения задач школьного курса математики, встречающихся в заданиях;
- рассмотреть нестандартные ситуации при решении задач;
- познакомить с основными структурными компонентами тестов по математике;
- продемонстрировать методы выделения информационных опорных точек в тестовых заданиях;
- раскрыть методику обучения учащихся выполнению тестовых заданий;
- познакомить с принципами и основными требованиями оценки тестовых заданий.

## 2. Учебный план

Категория обучаемых – преподаватели математики средних школ, работающие в старших классах.

Продолжительность обучения – 104 часа, без отрыва от основной работы.

Изучаемые модули (с указанием числа аудиторных часов и числа часов для самостоятельной работы):

- Основы теории педагогических измерений (16; 16)
- Понятия и алгоритмы школьного курса математики (20; 20)
- Методика подготовки учащихся к тестированию (14; 12)

Виды учебных занятий: лекции, практические занятия, самостоятельная работа, выполнение мини- контрольных работ и выпускной работы.

Итоговый контроль: 1-й год обучения – выполнение варианта тестированного задания (образец) с последующей самооценкой и разбором (окончательная оценка ставится преподавателем); 2-й год-защита выпускной квалификационной работы.

### 3. Учебно-тематический план

№ п/п	Наименование разделов, тем	Количество часов	В том числе:	
			аудиторные занятия	домашние занятия
1	Педагогический тест как форма контроля знаний. Массовые технологии тестирования.	8	4	4
2	Этапы разработки теста. Структура и форма тестовых заданий. Принципы композиции заданий.	8	4	4
3	Апробация теста. Экспертные и математические оценки качества теста. Числовые характеристики тестовых заданий	4	2	2
4	Интерпретация результатов тестирования. Шкалы, используемые в образовании.	6	3	3
5	Результаты проведения репетиционного ЕГЭ в Свердловской области. Анализ результатов выполнения тестов по темам.	6	3	3
6	Арифметика Алгебра (элементарная)	8	4	4
7	Начала анализа	8	4	4
8	Основные элементарные функции	8	4	4
9	Тригонометрия. Тригонометрические функции	8	4	4
10	Аналитическая геометрия в $R^2$ и в $R^3$	8	4	4
11	Основные положения в организации тестов ЕГЭ.	4	2	2
12	Информационные опорные точки тестирования.	7	4	3
13	Обучение построению стратегии работы с тестом.	7	4	3
14	Оценивание тестовых заданий с развернутым ответом.	8	4	4
15	Итоговый зачет (1-й год обучения)	2	2	-
16	Защита выпускной квалификационной работы (2-й год)	4	4	-

	обучения)			
	<b>Итого</b>	<b>104 часа</b>	<b>56 часов</b>	<b>48 часов</b>

## 4. Содержание курса

### 4.1. Основы теории педагогических измерений

Педагогический тест как система стандартизованных заданий специфической формы, созданная для измерения уровня обученности учащихся. Цели тестирования. Классификация педагогических тестов. Отличие тестирования от традиционных форм педагогического контроля.

Применение тестирования в отечественной и зарубежной практике. Массовые технологии тестирования. Единый государственный экзамен (ЕГЭ) для выпускников школ. Тестирование при государственной аттестации образовательных учреждений.

Этапы обработки теста. Спецификация теста. Критерий отбора содержания.

Структура и форма тестовых заданий. Задания закрытой формы: с выбором одного правильного ответа, с выбором наиболее правильного ответа, с выбором нескольких правильных ответов. Задания открытой формы. Задания с кратким ответом. Задания на установление правильной последовательности, на установление соответствия. Общие требования к составлению заданий, типичные ошибки.

Апробация теста. Организация выборки тестируемых. Экспертные и математические оценки качества теста: валидность, надежность. Матрица результатов тестирования. Кривая распределения тестовых баллов. Числовые характеристики тестовых заданий. Дистракторный анализ.

Интерпретация результатов тестирования. Основные типы шкал, используемых в образовании. Классическая теория тестов. Основные положения современной теории тестирования (Item Response Theory). Латентные параметры. Выставление окончательного балла в ЕГЭ.

Результаты поведения репетиционного ЕГЭ в Свердловской области. Показатели учащихся различных форм довузовской подготовки УрФУ. Результаты выполнения тестов по темам, наименее усвоенные разделы курса математики.

### 4.2. Понятия и алгоритмы школьного курса математики

#### Арифметика

Множество, операции над множествами, теоретико-множественные операции, множества  $N \subset Z \subset Q \subset R$ ,  $Y \cup Q = R$ .

Арифметическая и геометрическая прогрессии – частные случаи последовательности, свойства, формулы. Использование формулы суммы всех членов убывающей геометрической прогрессии для перевода рационального числа с бесконечной периодической записью в обыкновенную дробь.

Действительные числа, операции над ними, сравнение.

Числовые неравенства, их свойства.

Абсолютная величина действительного числа, геометрический смысл, свойства.

Алгебраическое выражение, формула. Формулы сокращенного умножения.

Степень  $a^b$ , свойства степеней.

Логарифм числа  $b$  по основанию  $a$ , основные свойства логарифмов.

### **Алгебра (элементарная)**

Многочлен, операции над многочленами. Теорема Безу.

Квадратные уравнения, формула его корней. Операция выделения полного квадрата. Теорема Виета для квадратного уравнения. Кубическое уравнение, теорема Виета для кубического уравнения.

Рациональные, иррациональные и трансцендентные уравнения. Эквивалентность уравнений.

Функциональные неравенства.

Метод интервалов (алгоритм).

Системы уравнений, неравенств, комбинированные системы. Использование теоретико-множественных операций записи ответа при их решении.

### **Начала анализа**

Функция одной переменной  $f(x)$ , область определения  $D(f)$ , множество значений  $E(f)$ , график  $y = f(x)$ ; способы задания.

Простейшие свойства функции: нули, промежутки знакоопределенности, ограниченность на множестве  $D(f)$ , четность, нечетность, общий вид на  $D(f)$ , периодичность на  $(-\infty, +\infty)$ , непрерывность на промежутке, монотонность на промежутке и её характер.

Элементарные преобразования графика функции  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ ; их использование для построения графика некоторых функций

Понятие асимптоты графика функции: горизонтальная, вертикальная и наклонная асимптоты.

Понятие обратимости функции  $y = f(x)$ ,  $x \in X$ ,  $y \in Y$ ; строгая монотонность функции  $f(x)$  на  $X$  – достаточное условие существования обратной функции  $x = \varphi(y)$ ,  $x \in X$ ,  $y \in Y$ ; условие существования обратной функции; тождества  $y = f(\varphi(y))$ ,  $y \in Y$  и  $x = \varphi(f(x))$ ,  $x \in X$ , связывающие взаимно-обратные функции. Установление свойств обратной функции по свойствам исходной функции; геометрические представления взаимно-обратных функций.

Понятие производной в точке  $f'(x_0)$ , геометрический смысл. Понятие касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке  $(x_0, f(x_0))$ .

Понятие дифференцируемости в точке (на промежутке). Уравнение касательной к кривой  $y = f(x)$  в точке  $(x_0, f(x_0))$  для  $f(x)$ , дифференцируемой в точке  $x = x_0$ . Связь понятий " $f(x)$  дифференцируема при  $x = x_0$ " и "существует единственная касательная к графику функции  $y = f(x)$  в точке  $(x_0, f(x_0))$ ".

Правила дифференцирования функций; таблица производных основных элементарных функций. Техника дифференцирования функций.

Достаточные условия монотонности функции на промежутке.

Понятие точек локального экстремума функции (сокр.  $locextr f(x)$ ); необходимые и достаточные условия их существования.

Схема полного исследования функции (*алгоритм*) и построение её графика по итогам этого исследования. Умение применять эту схему исследования функции при построении *эскиза* графика функции.

Задача нахождения наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке (сокр.  $absextr_{[a,b]} f(x)$  или  $наиб_{[a,b]} f(x)$ ,  $наим_{[a,b]} f(x)$ ) и *алгоритм* её решения.

### Некоторые элементарные функции

*Линейная* функция, её график – прямая, построение прямой по двум точкам.

*Квадратичная* функция, её график – квадратичная парабола, *алгоритм* ее построения. Свойства функции  $f(x) = ax^2 + bx + c$  в зависимости от значений параметров  $a, b, c$ .

*Дробно-линейная* функция  $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$ , свойства, ее график – гипербола, *алгоритм* построения графика.

*Показательная* функция  $f(x) = a^x$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ , ее свойства, геометрическое представление в зависимости от значения параметра  $a$ . Обратимость показательной функции  $y = a^x$ ,  $x \in (-\infty, +\infty)$ ,  $y \in (0, +\infty)$ .

*Логарифмическая* функция  $f(x) = \log_a x$ ,  $1 < a \neq 1$ ,  $x \in (0, +\infty)$ ; её свойства и график в зависимости от значений параметра  $a$ .

*Тригонометрические функции* (числовые функции от числовых аргументов):  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\operatorname{tg} x$ ,  $\operatorname{ctg} x$  – определение, свойства, графики, существование обратных функций (для описания свойств использовать схему полного исследования каждой функции).

*Обратные тригонометрические функции*, их существование, свойства; тождества, связывающие тригонометрические и обратные тригонометрические функций.

### Показательные и логарифмические уравнения, неравенства, системы

Уравнения, неравенства, использующие показательные и логарифмические функции. Роль области допустимых значений. Задачи с параметром.



Комбинированные задачи.

### **Тригонометрия**

Выражение через значения тригонометрических функций отношений длин сторон прямоугольного треугольника. Нахождение элементов прямоугольного треугольника с помощью тригонометрических соотношений.

Основные формулы тригонометрии при произвольном значении аргумента: "тригонометрическая единица", связь между тригонометрическими функциями одного и того же угла, тригонометрические функции суммы и разности двух аргументов, выражения тригонометрических функций двойных и половинных аргументов, формулы универсальной подстановки, преобразование суммы и произведения значений тригонометрических функций, преобразование суммы  $(a\sin t + b\cos t)$  в одну тригонометрическую функцию смещенного аргумента.

Решение стандартных задач тригонометрии: вычисление значений, тождественные преобразования, тригонометрические уравнения, неравенства, системы (аналогично с выражениями обратных тригонометрических функции)

Комбинированные уравнения, неравенства, системы; решение задач с абсолютной величиной, с параметром.

### **Планиметрия**

Треугольник: основные элементы, их связи и значения; классификация треугольников. Замечательные точки треугольника, их расположение в зависимости от вида треугольника. Признаки равенства, подобия. Теорема Пифагора, теорема косинусов, теорема синусов. Формулы значения площади треугольников.

Свойства вписанной в треугольник и описанной около треугольника окружности.

Четырехугольники: классификация, свойства, в частности, связь с вписанной и описанной окружностями.

Многоугольники, их элементы. Правильные  $n$ -угольники, формулы связи значений элементов многоугольника и длин радиусов описанной и вписанной окружностей.

Решение задач планиметрии не только геометрическими средствами, но и с помощью элементов аналитической геометрии на плоскости и с помощью векторной алгебры.

### **Метод координат. Элементы аналитической геометрии на плоскости $xOy$**

Понятие числовых осей координат в одно-, двух- и трехмерном пространствах. Координаты точки в соответствующих пространствах. Описание точек набором координат как способ изучения свойств множества точек (фигур) методами алгебры и анализа..

Описание прямой на плоскости линейным уравнением ( $Ax + By + C = 0$ ); частные виды уравнения прямой, упрощающие вычисления.

Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Перенесение геометрических представлений о расположении прямых на плоскости на систему двух линейных уравнений с двумя переменными.

Краткие сведения о некоторых кривых второго порядка  $Ax^2 + By^2 + 2Cxy + 2Dx + 2Ly + F = 0$ : окружности, эллипсы, параболы, и гиперболы; вырождения линий.

Решение геометрических задач методом координат.

Построение плоских областей, заданных уравнениями и неравенствами от двух переменных.

Геометрические методы решения задач с параметром  $a$ :

- 1) в плоскости  $xOy$  вариацией параметра  $a$ ;
- 2) использованием плоскости  $xOa$ .

Решение геометрических задач методом координат. Построение плоских областей, заданных уравнениями и неравенствами от двух переменных.

### **Векторная алгебра**

Геометрическое представление вектора и операции над векторами. Понятие произведения двух векторов, свойства, использование в задачах. Понятие нормированного вектора. Коллинеарность, компланарность системы векторов. Понятие базиса системы векторов.

Векторы в прямоугольной системе координат. Понятие ОНБ в двух-трехмерном пространствах.

Задание вектора в ОНБ с помощью координат, разложение вектора по ортам. Операции над векторами, заданными координатами.

Задание вектора начальной и конечной точками; длина вектора, деление вектора в заданном отношении (по длине) перпендикулярность и коллинеарность векторов, разложение произвольного вектора в ОНБ.

### **Элементы аналитической геометрии в пространстве $Oxyz$**

Взаимное расположение плоскостей в пространстве. Вычисление угла между плоскостями.

Прямая в пространстве как совокупность двух пересекающихся плоскостей. Уравнения прямой, проходящей через две заданные точки. Параметрические уравнения прямой. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Вычисление угла между прямыми.

Возможное взаимное расположение прямой и плоскости в  $Oxyz$ . Угол между прямой и плоскостью.

Уравнение сферы, аналитическое задание шара.

Использование элементов аналитической геометрии в пространстве для решения некоторых задач стереометрии.

### **Стереометрия**

Многогранники: призма; пирамида; усеченная пирамида; площади боковой и полной поверхности, объема тела. Правильные многогранники.

Тела вращения: цилиндр, конус, усеченный конус, шар, площадь поверхности, объем тела.

### **Неопределенный и определенный интегралы**

Первообразная, ее свойства. Неопределенный интеграл, его свойства. Некоторые табличные интегралы.

Понятие определенного интеграла. Вычисление площадей некоторых плоских фигур с помощью определенного интеграла по формуле Ньютона – Лейбница.

### **4.3. Методика подготовки учащихся к тестированию**

Основные положения в организации тестов ЕГЭ. Понятие теста. Структура контрольно-измерительных материалов, применяемых в математических тестах. Предметная компонента в тесте.

Информационные опорные точки тестирования. Спецификации тестов. Особенности представления информации в тесте с заданиями различных типов.

Обучение построению стратегии работы с тестом. Использование информационных точек тестирования для построения стратегии. Проблема информационного объема: подходы к выделению существенной информации в условиях ограниченного времени. Предметные ориентиры, позволяющие сокращать информационный объем.

Оценивание тестовых заданий с развернутым ответом. Общие подходы к оцениванию тестовых заданий с развернутым ответом. Критерии оценивания. Примеры оценивания.

## **5. Требования к уровню подготовки слушателей, проходящих обучение по рассматриваемой программе**

Слушатели должны профессионально владеть математическими знаниями школьной и вузовской (хотя бы на уровне технического вуза) программ; должны иметь достаточно большой опыт преподавания математики в школе; владеть умением обучать математике школьников любого уровня их подготовленности.

После ознакомления преподавателей школ с особенностями выполнения школьниками заданий ЕГЭ они должны понимать, что главное – иметь фундаментальную базу по всем школьным разделам математики, ориентироваться в основных ее понятиях, связях между ними, уметь

рассуждать и выбирать эффективные способы решения задач, а также четко и грамотно *оформлять* решения согласно требованиям.

**6. Учебно-методический комплект (УМК) программы,** необходимый для реализации рассматриваемой общеобразовательной программы учителей математики указан в библиографическом списке (см. далее).

### **7. Виды и формы контроля и учета**

Проверка ответов :числовых (уровень В) и развернутых решений (уровень С) в предлагаемых мини-контрольных работах.

Заключительная диагностика подготовленности слушателей по самооценке правильности решений заданий варианта (образец) в первый год обучения и защита выпускной квалификационной работы по составлению тестовых заданий с разбором и обоснованием по выбранному разделу (2-й год).

Предполагаемые результаты проведения курса:

- ознакомить учителей с содержанием и требованиями к оформлению заданий ЕГЭ;
- проанализировать допускаемые школьниками математические ошибки;
- нацелить учителей на формирование математической подготовленности школьника по всей программе школьного курса;
- предусмотреть меры по ограниченности в подготовке школьника (*натаскивание* на вопросы ЕГЭ прежних лет);
- отработать навыки решения и оформления решений заданий ЕГЭ.

### **8. Библиографический список**

1. Аванесов В.С. Композиция тестовых заданий. М.: Центр тестирования, 2002. 240 с.
2. Анастаси А., Урбина С. Психологическое тестирование: СПб.: Питер, 2007. - 688 с.
3. Вилфорд Д. Современная типология педагогических тестов // Информационный научно-методический бюллетень «Тесты в образовании». М.: НМЦ «Заря», 1999. Вып. 1.
4. Гейн А.Г. Математика: Репетиционные тесты. Учебное пособие для выпускников и абитуриентов. Екатеринбург. ООО «УралЭкоЦентр» 2003.
5. Евсигнеев А.Е., Краткий терминологический словарь по теории педагогических тестов. Самарский государственный технический университет, Информационный бюллетень №1, Самара 2000.
6. Майоров А.Н. Теория и практика создания тестов для системы образования. М.: Интеллект-центр, 2002. 352 с.

7. Математика. Приложение к образовательной программе повышения квалификации учителей школ / Табуева В.А. – Екатеринбург: Изд-во УМЦ УПИ, 2003. – 23 с.
8. Математика: Контрольные работы / В.А. Табуева, В.А. Нырков – Екатеринбург: Изд-во УМЦ УПИ, 2004. – 32 с.
9. Нейман Ю.М., Хлебников В.А. Введение в теорию моделирования и параметризации педагогических тестов. М.: Прометей, 2000. 168 с.
10. О тестировании – преподавателю и абитуриенту: Учебное пособие / Г.В.Турчанинова, С.И.Янченко, В.П.Швейкин. Екатеринбург: ООО "Издательство УМЦ УПИ", 2003. – 104 с. – ISBN 5-8295-0004-3.
11. Тестирование как форма контроля знаний / С.И.Янченко – Екатеринбург: Изд-во УМЦ УПИ, 2004. – 87 с.
12. Чельшкова М.Б. Теория и практика конструирования педагогических тестов: Учебное пособие. М.: Исслед. центр проблем качества подготовки специалистов, 2001. 410 с.
13. МАТЕМАТИКА. Оптимальный банк заданий для подготовки учащихся. Единый государственный экзамен 2015. [учебное пособие]/А.В.Семенов, А.С.Трепалин, И.В.Ященко, П.И.Захаров., под ред. И.В.Ященко. Московский центр непрерывного математического образования. – М.:Интеллект-Центр,2015

## **9. Аннотация**

Новая форма итоговой аттестации-ЕГЭ. Образовательная программа повышения квалификации учителей математики (104 часа). Гейн А.Г., Табуева В.А., Янченко С.И., каф. ВМ и УМФ, УрФУ.

Программа составлена для учителей, обучающихся школьников старших классов. Цель – ознакомить учителей с особенностями выполнения школьниками заданий ЕГЭ с тем, чтобы помочь учителям подготовить школьников к выполнению и оформлению решений этих заданий.

Излагаются вопросы теории педагогических измерений, даются навыки составления и использования тестов в учебной работе.

На занятиях по указанной программе акцентируется внимание на основные понятия и алгоритмы решения не только типовых, но и нестандартных задач школьного курса; обсуждаются допускаемые школьниками ошибки, даются рекомендации к оформлению решений.

## 10. Сведения об авторах:

Заявитель: НОЧУ ОДПО «Учебно-методический центр УПИ»

ГЕЙН АЛЕКСАНДР ГЕОРГИЕВИЧ; доктор педагогических наук, профессор кафедры алгебры и дискретной математики УрФУ.

Дом. адрес: г. Екатеринбург, ул. Гагарина, 49-77, 3756899 (дом.).

ТАБУЕВА ВАЛЕНТИНА АЛЕКСАНДРОВНА
---------------------------------

ЯНЧЕНКО СВЕТЛАНА ИГОРЕВНА; канд. ф-м. наук, директор Центра тестирования и мониторинга качества образования УрФУ

Дом. адрес: г. Екатеринбург, ул. Генеральская, 6-57, 3741265 (дом.), 3754423 (раб.).